

## Logaritmi ed esponenziali<sup>(1)</sup>

a)  $\log_2 x + \log_2 (x-2) = 2$

L'equazione ha senso per  $x > 2$ . Applicando le proprietà dei logaritmi l'equazione si trasforma come segue:

$$\log_2 x + \log_2 (x-2) = 2 \rightarrow \log_2 x(x-2) = 2 \rightarrow x(x-2) = 2^2 \rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$$

L'equazione ottenuta ammette come radici i valori  $x_1 = 1 - \sqrt{5} < 2$ ,  $x_2 = 1 + \sqrt{5} > 2$  e quindi solo  $x_2$  è soluzione dell'equazione logaritmica di partenza.

b)  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$

L'equazione si trasforma riconducendola ad un'equazione ausiliaria di secondo grado.

$$3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \rightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0. \text{ Ponendo } 3^x = t \text{ l'equazione ausiliaria è:}$$

$$3t^2 - 4t + 1 = 0$$

che ammette come radici  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = 3$ , dalle quali, ritornando all'incognita  $x$ , si ha

$$t_1 = 1 \rightarrow 3^x = 1 \rightarrow x_1 = 0;$$

$$t_2 = 3 \rightarrow 3^x = 3 \rightarrow x_1 = 1$$

Concludiamo che l'insieme delle soluzioni dell'equazione esponenziale è  $S = \{0; 1\}$

c)  $\log(1-x) < -1$

La disequazione ha senso per i valori della variabile  $x$  che rendono positivo l'argomento della funzione logaritmica; considerato che quest'ultima ha la base maggiore di uno, la disequazione assegnata è equivalente alla doppia disuguaglianza

$$0 < 1-x < e^{-1} \quad \text{e quindi al sistema di disequazioni} \quad \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x < e^{-1} \end{cases}$$

che ammette come insieme di soluzioni  $S = ]1-e^{-1}; 1[$ .

d)  $2^{2x+1} > 4^{-x}$

La disequazione si può trasformare velocemente riconducendola alla disuguaglianza tra due potenze aventi la stessa base.

$$2^{2x+1} > 4^{-x} \rightarrow 2^{2x+1} > 2^{2 \cdot -x} \rightarrow 2^{2x+1} > 2^{-2x}$$

Poiché la base delle potenze è maggiore di uno la disuguaglianza ottenuta è equivalente alla disuguaglianza diretta tra gli esponenti delle stesse. Pertanto la disequazione si riduce alla seguente

$$2x+1 > -2x$$

che è soddisfatta per i valori reali  $x > -\frac{1}{4}$ . Concludiamo che l'insieme della soluzione è

$$\text{l'intervallo } S = \left] -\frac{1}{4}; +\infty \right[.$$

---

<sup>(1)</sup> Esercizi assegnati nella prova di saldo debiti formativi nella Classe 4I-Liceo Sc. il 25-08-2011